NÉV: ..... *ORSZÁGOS*

AZONOSÍTÓ:.....

11. OSZTÁLY

A feladatok kifejtősek. Egyenként 10-10 pontot érnek. A megoldásokat részletesen indokolni kell!

1. Add meg az alábbi egyenlet valós gyökeit!

$$(3x+2)^{x-2} = (3x+2)^{6-2x}$$

1. $eset$: $hatványalapok = \rightarrow kitevők =$ 1 pont

$x-2 = 6-2x \rightarrow x = \frac{8}{3}$ 1 pont

2. $eset$: $hatványalap = 1$ 1 pont

$3x+2 = 1 \rightarrow x = -\frac{1}{3}$ 1 pont

3. $eset$: $hatványalap = -1$ $és$ $a\ kitevők\ paritása\ azonos$ 1 pont

$3x+2 = -1 \rightarrow x = -1$ 1 pont

$bal\ oldalon\ a\ kitevő:\ -3; jobb\ oldalon\ a\ kitevő: 8$

$\rightarrow nem\ megoldás, mert\ nem\ azonos\ paritásúak$ 1 pont

4. $eset$: $hatványalap = 0$ $és$ $a\ kitevők\ pozitív\ egsz\ számok$ 1 pont

$3x+2 = 0 \rightarrow x = -\frac{2}{3};$

$ekkor\ egyik\ kietvő\ sem\ lesz\ pozitív\ egész\ szám, így\ ez\ nem\ megoldás$ 1 pont

$Ellenőrzés.$ 1 pont

$Válasz: x_1 = \frac{8}{3};\ x_2 = -\frac{1}{3}$ 1 pont

A megoldást a www.sziporkamatek.hu oldalon lehet feltölteni a számlán kapott azonosító megadásával.

*(Technikai probléma esetén szkennelve (**pdf** formátumban) a verseny@sziporkamatek.hu e-mail címre lehet elküldeni.)*

Beküldési határidő: ***2022. március 26. 16:10***

2. Add meg az alábbi egyenletnek azon valós megoldásait, melyre a $cosx$ értéke pozitív valós szám!

$$cosx - sin^2\frac{x}{2} = \frac{1}{cosx}$$

$x \neq \frac{\pi}{2} + \pi l;\ \ l \in Z$ 1 pont

$cosx - \frac{1-cosx}{2} = \frac{1}{cosx}$ 2 pont

$3cos^2x - cosx - 2 = 0$ 1 pont

$cosx = -\frac{2}{3} < 0$ *nem megoldás, mert a feladat szövege alapján cosx pozitív valós szám*

2 pont

$cosx = 1 \rightarrow x = 2\pi k,\ \ k \in Z$ 2 pont

Ekvivalens átalakításokat végeztem. 1 pont

Válasz: $x = 2\pi k,\ \ k \in Z$ 1 pont

NÉV: ..... ***ORSZÁGOS***

AZONOSÍTÓ: .....

3. Az p valós paraméter mely értékei esetén lesz az alábbi egyenletnek két különböző azonos előjelű gyöke a valós számok halmazán ($p \in R$ *paraméter*)?

$$px^2 - x \cdot log_2 8 + 8p - x \cdot log_4 8 = 8 + x \cdot log_{16} 4 + 3x$$

$px^2 - 8x + 8p = 8$ 1 pont

Ha $p = 0$, *akkor elsőfokú, melynek nem lehet két különböző azonos előjelű gyöke* 1 pont

Ha $p \neq 0$, *akkor másodfokú* 1 pont

$D > 0$ 1 pont

$64 - 32p^2 + 32p > 0$ 1 pont

$-1 < p < 2$ 1 pont

$x_1 \cdot x_2 > 0$ 1 pont

$\frac{8p-8}{p} > 0$ 1 pont

$8p - 8 > 0$ *és* $p > 0 \rightarrow p > 1$; $8p - 8 < 0$ *és* $p < 0 \rightarrow p < 0$ 1 pont

Egyesítve $p \in]-1; 0[\cup]1; 2[$ 1 pont

A megoldást a www.sziporkamatek.hu oldalon lehet feltölteni a számlán kapott azonosító megadásával.

*(Technikai probléma esetén szkennelve (**pdf** formátumban) a verseny@sziporkamatek.hu e-mail címre lehet elküldeni.)*

Beküldési határidő: ***2022. március 26. 16:10***